SOBRE LA UTILITAT DE LES MATEMÀTIQUES

Francesc X. Barca Salom
Universitat Politècnica de Catalunya

Paraules clau: *matemàtiques*, *segle* XIX, *Catalunya*.

On the utility of mathematics

Summary: *In the XX Century opinion about the utility of mathematics was polarized. Mathematics was considered to be useful only if it could be applied socially versus the study of mathematics for its own sake. This controversy started in the XVIII Century owing to the significant advances in science and technology.*

We draw on the records of the Royal Academy of Sciences and Arts of Barcelona to analyze the opinions of three mathematics teachers in Catalonia in the 1860s.

Key words: *mathematics*, *XIX Century*, *Catalonia*.

Introducció

A principi del segle XXI, la presència de les matemàtiques en àmbits tan diversos com la ciència, la tecnologia, la medicina, l'economia, la sociologia i les humanitats fa gairebé estèril la polèmica sobre la seva utilitat ja que són útils quasi per a tot. Tanmateix, al llarg del segle XX, el ventall d'opinions sobre aquesta qüestió va variar des de posicions tan diverses com la defensa de la seva inutilitat fins a la creença que sols tenia sentit la matemàtica que podia ser socialment útil.

En el primer cas es trobaria el hardysme, doctrina plantejada el 1940 a l'obra *A mathematician's apology* per G. H. Hardy (1877-1947) (Hardy, 1981), on qualificava la seva activitat com a inútil tant pel que feia a les seves contribucions científiques com a les docents, ja que formava matemàtics que, com ell, també havien dut una activitat inútil.

> Las «auténticas» matemáticas cultivadas por «auténticos» matemáticos, las de Fermat y Euler, las de Gauss, Abel o Riemann son casi totalmente «inútiles» (apreciación cierta tanto en lo que se refiere a las matemáticas «puras» como a las «aplicadas»). Es imposible justificar la vida de un auténtico profesional de las matemáticas tomando como medida la «utilidad» de su obra. (Hardy, 1981: 118)

Aquestes afirmacions conduïen a la creença que les úniques matemàtiques que valia la pena cultivar eren aquelles que no tenien una utilitat immediata. En el camp oposat hi havia el que Philip J. Davis (professor emèrit de la Division of Applied Mathematics de la Universitat de Brown, EUA) denomina *maoisme matemàtic*. Durant el règim de Mao a la Xina es va abandonar el cultiu de la topologia perquè es considerava que no tenia utilitat social. La recerca havia de servir a la política proletària i, en conseqüència, havia d'estar integrada en el sistema productiu. Això volia dir que havia de tenir una utilitat immediata (Davis, 2005).

Aquesta polèmica, però, havia agafat força dos segles abans. Al segle XVII, els avenços en les ciències i tecnologies i el paper fonamental jugat per les matemàtiques en el seu desenvolupament havien posat sobre la taula que el seu veritable paper era precisament ser útils a les altres disciplines. Tanmateix, hi havia matemàtics que consideraven que tan important com les aplicacions pràctiques era l'enriquiment humà que proporcionava el cultiu de les matemàtiques. En aquesta línia cal situar la carta que el 1830 va escriure Jacobi (1804-1851) a Legendre (1752-1833) on criticava Fourier (1768-1830) perquè aquest matemàtic francès creia que la finalitat de les matemàtiques era precisament la seva utilitat pública. Jacobi, en canvi, era del parer que la finalitat de tota ciència era rendir honor a l'esperit humà i que això valia tant com les aplicacions que d'aquesta es fessin (Maravall, 2005).

La utilitat de les matemàtiques pot ser entesa de diverses maneres. Així doncs, un mestre hi veurà la utilitat que aquesta disciplina té en el desenvolupament del raonament lògic dels seus alumnes. Un científic o un tècnic donarà prioritat a les aplicacions que les matemàtiques tenen en la matèria que ell cultiva i de vegades li resultarà difícil distingir la línia divisòria entre ambdues disciplines. Un sociòleg o un humanista farà servir els recursos que les matemàtiques li ofereixen per donar resposta a les seves qüestions polítiques, econòmiques o socials. En conseqüència, cadascú interpreta la utilitat d'acord amb els seus propis interessos.

En aquesta comunicació s'analitza les opinions sobre la utilitat de les matemàtiques de tres professors catalans del segle XIX, les quals van quedar plasmades en sengles memòries que llegiren a la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona en la dècada del 1860. Es tracta de tres memòries que abasten els tres camps abans esmentats. Recullen l'opinió sobre la utilitat de les matemàtiques per a les ciències, per a les seves aplicacions incipients a les ciències empíriques i, finalment, proporcionen la visió particular del docent sobre la importància que l'aprenentatge de les matemàtiques té en la formació de l'individu.

Les matemàtiques per a les ciències

La utilitat de les matemàtiques dins la mateixa ciència duu aparellat un altre problema que no és menys complex: la distinció entre matemàtica pura i matemàtica aplicada. Aquesta divisió no estava gaire establerta al segle XIX, de manera que hi trobem textos de matemàtiques que inclouen l'astronomia, la mecànica, l'òptica i altres disciplines que avui les consideraríem independents. Savérien, a *Historia de los progresos del entendimiento humano en las ciencias exactas y en las artes que dependen de ella* (Savérien, 1775), obra traduïda al castellà el 1775, incloïa algunes d'aquestes disciplines a les ciències exactes, mentre que alguns autors com el matemàtic Benet Baïls (1730-1797) en deien matemàtiques mixtes. Al segle XIX, Montferrier, recollint els ensenyaments de Wrónski (1778-1853), dividia les matemàtiques en pures i aplicades. En aquestes darreres hi considerava les que tenien per objecte la natura, a les quals denominava *ciències fisicomatemàtiques*, on hi havia l'astronomia i la mecànica entre d'altres, i les que s'aplicaven als objectes de l'art, que denominava *ciències pragmaticomatemàtiques*, on situava la navegació, la fortificació i la geodèsia (Puig-Pla, 2002: 151-169).

En aquest sentit, la primera memòria que presentem analitza una temàtica que avui situaríem fora de les matemàtiques, però que en aquell moment era una part de les ciències fisicomatemàtiques i consegüentment de la matemàtica aplicada. S'anomena *Importancia de las ciencias fisicomatemáticas* i l'autor va ser Carles Ferrer i Mitayna (Ferrer, 1867).

Carles Ferrer havia nascut el 1844. Devia ser un alumne molt brillant, ja que amb només vint-i-un anys fou escollit acadèmic gràcies a la proposta que van fer els acadèmics Narcís Carbó, Francesc Presas, Francesc Dunand, Josep Arau i Josep O. Mestres, que a més eren professors seus, com ell recordava cinquanta anys després en els actes de commemoració de les seves bodes d'or com a acadèmic:

> Acabé de comprender el inapreciable honor que me prodigaron hace medio siglo mis queridos e inolvidables catedráticos, ofreciéndome un sillón académico, que permitía a un estudiante, no cumplidos sus 22 años, sentar-se de día en los bancos de las aulas universitarias y por la noche al lado de sus eminentes y respetados maestros, cuando todavía restaban al favorecido cinco cursos, expuesto a defraudar involuntariamente a sus cariñosos favorecedores, quienes, después de concederle las mejores calificaciones, le premiaban sentándole entre los mismos. (*Nómina*, 1919-1920: 85-89)

En el moment de la lectura de la memòria d'entrada a l'Acadèmia, que és la que presentem aquí, Carles Ferrer solament havia cursat el batxillerat en ciències a la Facultat de Ciències de la Universitat de Barcelona i era professor d'instrucció primària. La lectura de la memòria li va permetre accedir el 12 de gener de 1867 a la Secció de Ciències Físico-matemàtiques de la Reial Acadèmia de Ciències. A més, arran de la presa de possessió, Carles Ferrer es féu càrrec d'una de les càtedres de matemàtiques que aquesta institució mantenia des de feia uns cent anys. Es tractava de la mateixa càtedra que amb el nom de Matemàtiques i Cosmografia havia ocupat Agustí Canelles, Joan Gerard Fochs, Pere Màrtir Armet, Marià Maymó i els darrers anys el secretari de l'Acadèmia Ferran Rodríguez de Alcántara i Deops.

La memòria estava farcida de frases de modèstia i d'humilitat. És com si Ferrer fos molt conscient que era massa jove per ocupar aquest lloc, com si no fos mereixedor d'aquest seient i volgués deixar clar que no pretenia explicar res ni donar cap lliçó als que encara eren els seus professors.

El seu objectiu es podria resumir en l'argumentació següent: 1) les ciències fisicomatemàtiques estudien la quantitat; 2) l'home necessita comptar i mesurar en múltiples ocasions al llarg de la seva vida, i 3) en conseqüència, com més matemàtiques i física sàpiga molt millor.

Per provar aquesta afirmació, va recórrer a un exemple d'aplicació pràctica que implica tant les matemàtiques com la física:

> […] el ángulo que forma el plano horizontal que pasa por el ojo del observador con la recta que desde el mismo ojo va a ser tangente a la superficie del globo terráqueo en un punto del horizonte visible considerado en la mar.

És a dir, mitjançant un cas concret conegut en astronomia com l'angle de depressió, Carles Ferrer volia provar que les matemàtiques i la física eren fonamentals i necessàries per determinar altures i distàncies.

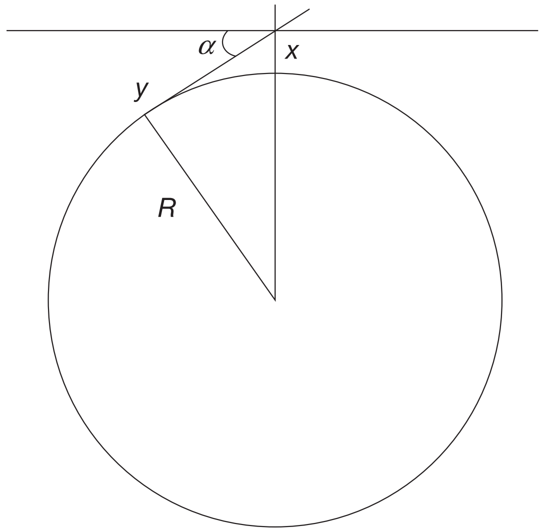

FIGURA 1. Determinació de l'angle de depressió.

Per això descriu el triangle rectangle d'hipotenusa la vertical des de l'ull de l'observador al centre de la Terra i de catets el radi de la Terra i la visual fins a l'horitzó visible. La descripció no va acompanyada de cap dibuix, però, per facilitar-ne la comprensió, hem preparat la figura 1.

D'aquest triangle es coneixen dos angles: el recte i un d'agut de valor 90-α perquè és el complement de la depressió. A més, també és conegut el catet gran *R*, ja que és el radi de la Terra. Amb aquestes dades, les matemàtiques i en particular la trigonometria permeten determinar els altres costats i angles i, en concret, es pot determinar, com diu Carles Ferrer, l'altura del punt d'observació sobre el nivell del mar i la distància a què es troba l'horitzó visible, tot això amb la sola determinació de l'angle de depressió i sense haver de moure's del lloc.

> […] podemos por lo tanto hallar en dicho triángulo rectángulo la hipotenusa, cuya diferencia con el cateto mayor será la altura del punto de observación sobre el nivel del mar, altura que se había hallado sin haber sido preciso al observador moverse de su punto de estación. Si hallamos el cateto menor del triángulo susodicho, y suponemos el punto de contacto tal que nos convenga saber a que distancia se encuentra de nosotros, tendremos con dicho cateto menor la distancia deseada sin habernos sido tampoco preciso movernos del punto donde nos convenga estar situados.

L'angle de depressió també permet determinar la distància entre dos punts en alta mar mesurada sobre l'horitzó. En aquest cas, Ferrer ens proposa considerar un angle díedre d'eix la vertical del lloc i format pels plànols que passen pels punts A i B la distància dels quals es vol mesurar.

> […] el ángulo de depresión nos sacará de apuro, pues por medio de él podemos operar con la misma sencillez considerando dos triángulos de base vertical común, que es la vertical desde el punto de observación hasta el centro de la Tierra, base que ya hemos dicho el modo de determinarla, y cuyos vértices de dichos triángulos sean los dos puntos dados en alta mar en este caso los dos triángulos serán dos planos verticales formando un diedro cuya arista es la vertical del punto de observación.

En aquest cas, caldrà repetir la resolució del triangle rectangle anterior per a cada un dels punts per tal d'aconseguir les distàncies que els separen de l'ull de l'observador, i amb aquestes dues distàncies i les depressions corresponents es podrà determinar la distància AB.

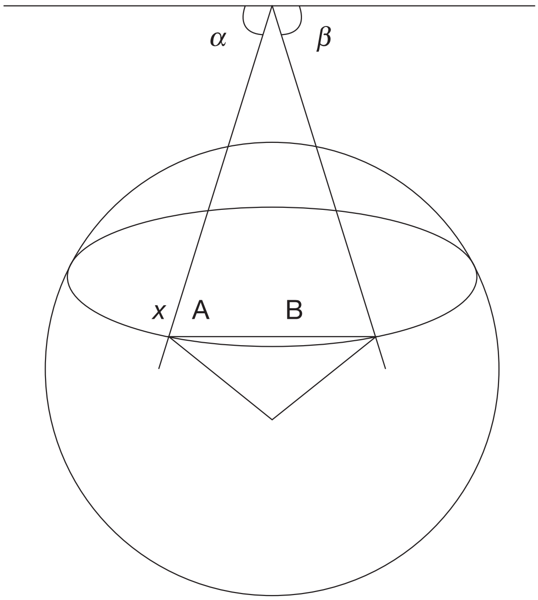

FIGURA 2. Determinació de la distància entre dos punts.

En la figura 2, que també hem elaborat, com en el cas anterior, a partir del text de Ferrer, es pot visualitzar aquesta nova aplicació de l'angle de depressió.

Però allò que meravella Ferrer és que l'angle de depressió que tant valor té per a les matemàtiques el proporciona precisament la física, no sols mitjançant els seus instruments, sinó perquè aquesta ciència permet corregir-lo del defecte de la refracció, ja que ens facilita l'índex de refracció de l'aire:

> La física misma auxiliada a su vez por el cálculo ha determinado en 1,000284 el índice medio de refracción del aire, y será preciso por consiguiente multiplicar por esta cantidad el valor que resulte para el ángulo de depresión si deseamos conocerlo con exactitud.

Això vol dir que el triangle rectangle de la figura 1 es podria resoldre mitjançant els coneixements de les matemàtiques que es concreten amb l'aplicació de l'analogia que enuncia Carles Ferrer i que correspon a la fórmula actual del cosinus:

$$\frac{1}{\cos \alpha} = \frac{R + x}{R}$$

I que aquest angle de depressió α haurà de ser determinat després de corregir el que proporcionin els instruments utilitzant els coneixements físics que ens diuen que l'índex de refracció de l'aire és d'1,000284. Així:

$$\alpha = \alpha' \cdot 1{,}000284$$

Acaba Ferrer la seva exposició donant alguns consells pràctics que facilitin les operacions en els casos, molt habituals, que els angles de depressió siguin molt petits. Es tracta de convertir el cosinus en sinus, d'eludir les arrels quadrades i d'evitar fórmules que proporcionin poca exactitud.

En conseqüència, la memòria presentava un cas d'utilitat de les matemàtiques on es combinaven els coneixements de trigonometria amb els de la física per aconseguir la determinació d'un angle fonamental en les mesures astronòmiques.

Les matemàtiques per a les ciències empíriques

Avui les matemàtiques s'apliquen a gairebé tots els camps i a totes les disciplines. Però no sempre va ser així. Només cal recordar que fins al segle XX, amb la formulació de la teoria dels conjunts difusos, les ciències empíriques com la sociologia, l'economia i la psicologia no van poder ser analitzades amb els instruments de la matemàtica. Tanmateix, algunes branques de la matemàtica com l'estadística i la probabilitat van anar successivament aplicant-se a les ciències empíriques i socials. Durant el segle XIX es va anar creant un esperit probabilístic inspirat principalment pels avenços de la biologia. Nocions com correlació, esperança matemàtica o regressió van establir-se a final de segle gràcies principalment als treballs de Francis Galton (1822-1911). Les teories de Darwin van possibilitar que es creés a Anglaterra l'Escola Biomètrica, dirigida per Galton, el programa de la qual va consistir en les aplicacions dels mètodes estadístics a la biologia.

La memòria titulada *De la importancia de la aplicación del cálculo matemático a toda clase de cuestiones que lo permitan* (Giró, 1863) que analitzarem a continuació no pretenia defensar cap teoria ni nova ni antiga, sols volia provar com eren de necessaris els càlculs matemàtics en tots els àmbits i fins i tot en aquells tan allunyats de les matemàtiques com les ciències socials. L'autor era Josep Giró Roma i la va presentar, de torn, a l'Acadèmia el novembre de 1863.

Josep Giró Roma (1823-1900) fou professor de matemàtiques de l'Escola Normal de Barcelona i de matemàtiques i gramàtica a l'Escola Normal de Dones de Barcelona, institucions de les quals fou secretari per un llarg període de trenta anys. Els seus orígens eren humils i, per això, de nen va haver de posar-se a treballar de teixidor per poder subsistir i pagar les despeses dels seus estudis a l'escola nocturna. Més tard va entrar com a alumne a les escoles de la Junta de Comerç i posteriorment va estudiar magisteri. El 1851 va guanyar les oposicions de professor d'escola normal i fou destinat primer a València i més tard a Barcelona. A principi del 1863 va ser admès a l'Acadèmia on va llegir una memòria d'entrada sobre la rotació de la Terra. Uns anys més tard (1867) es va ocupar com a director de la Secció de Ciències Físico-matemàtiques d'aquesta institució. El 1888 fou nomenat vicepresident primer del Primer Congrés Nacional de Pedagogia que tingué lloc a Barcelona (*Nómina*, 1913-1914: 77-79).

Josep Giró comença la seva memòria lamentant-se de les dificultats que comporta escriure una memòria de matemàtiques que després va ser llegida en una sessió acadèmica. Dues pàgines plenes de fórmules serien de difícil lectura i comprensió, de manera que creu que els oients preferirien llegir-les a escoltar-les. Aquestes consideracions el porten a afirmar que les ciències exactes són més apropiades per ser dipositades en els llibres i que li sembla que seria més fàcil llegir una memòria sobre ciències naturals, per bé que —afirma— cada dia aquestes ciències necessiten més càlcul matemàtic.

Aquesta darrera idea li dóna peu per desenvolupar el tema central de la seva memòria que és l'aplicació de les matemàtiques a tots els camps que sigui possible. Així, comença per citar aquelles aplicacions més corrents, com l'ús que se'n fa a la mecànica, a les teories del calòric i fins i tot a la química, que ha progressat considerablement —diu— des que se li aplica el càlcul.

Arribat en aquest punt, Giró es pregunta si les ciències morals i socials necessiten les matemàtiques. I la resposta que obté és afirmativa, ja que s'adona que hi ha exemples clars com l'angle facial a la frenologia —que permetia descobrir les tendències innates dels individus i era d'utilitat en educació i criminologia— o la importància que els publicistes donaven a l'estadística com a eina per a les ciències socials i per a l'economia política. Per ratificar la seva opinió analitza tres exemples: 1) la creació d'una illa a partir de restes animals, 2) l'aplanament dels pols de la Terra, i 3) la salubritat de les aigües del mar.

En els tres casos el seu argument consisteix a dissuadir els científics de la recerca de causes excepcionals i en la recomanació que facin servir només les matemàtiques. Si fan això s'adonaran que la formació d'una illa a partir dels residus d'animals marins pot ser explicada solament amb uns càlculs senzills.

> Observa el naturalista la aparición de una isla más o menos grande, examina la materia de que está formada y halla que es el producto de los restos acumulados de muchas generaciones de moluscos. Estudia los elementos constitutivos de otras islas mayores y encuentra que tienen igual procedencia. Efectos tan sorprendentes quieren explicarse por causas excepcionales. La fecundidad de aquellos animalitos es tan grande, se dice, que sus restos acumulados llegan a formar el armazón de las grandes y pequeñas islas de naturaleza calcárea. Sin embargo con una fecundidad mediana, fecundidad que se observa en otras muchas especies diferentes, puede con tiempo suficiente producir aquellas islas; pues el cálculo da que suponiendo un metro cúbico de restos de moluscos y solo uno por ciento de aumento anual, a los dos mil años habría una masa de cerca de 440 millones de metros cúbicos de materia calcárea capaces de formar una isla de cincuenta metros de altura y una legua cuadrada de superficie; y si se supone el aumento de uno y medio por ciento, la masa sería de ciento cincuenta mil billones de metros cúbicos pudiendo formar una isla de un kilómetro de altura

> y de más de cien leguas superficiales. No pasemos más adelante porque si hacemos llegar el aumento a dos y cuarto por ciento, la fábrica levantada por los descendientes de aquel puñado de moluscos sería capaz de cegar el fondo de todos los mares.

Aquest fragment es pot resumir amb uns senzills càlculs d'interès compost on C_f són els metres cúbics de matèria acumulada; C_0, un metre cúbic inicial; r, l'increment anual en tant per 1, i t, el temps transcorregut. Com es pot veure els resultats no sempre coincideixen amb els donats per Giró.

$$C_f = C_0(1 + r)^t = (1 + 0{,}01)^{2.000} = 440 \cdot 10^6$$
$$C_f = C_0(1 + r)^t = (1 + 0{,}015)^{2.000} = 8{,}5 \cdot 10^{12}$$
$$C_f = C_0(1 + r)^t = (1 + 0{,}0225)^{2.000} = 2{,}12 \cdot 10^{19}$$

Els resultats d'aplicar la fórmula de l'interès compost només coincideixen amb el primer dels casos presentat per Giró i solament pel que fa als metres cúbics. No hi ha, tampoc, coincidència respecte a les dimensions de l'illa que Giró situa en una llegua quadrada per 50 m d'alçada. Aquest valor, si no és un error, significa que considera la llegua de 2.966,5 m, valor que no es correspon amb cap de les equivalències existents.[1] Més aviat pensem que es tracta d'un error i que si es considera l'equivalència de la llegua comuna (5.572 m), aleshores l'illa només tindria una alçada d'uns 14,17 m.[2] Tanmateix, aquests errors no treuen força a l'argument de Giró per explicar la formació d'una illa a partir dels sediments d'animals marins.

El segon dels problemes plantejats es referia a l'aplanament dels pols de la Terra i havia donat lloc al plutonisme, teoria de geologia, actualment abandonada, segons la qual les roques de la crosta de la Terra havien estat formades per fusió ígnia. Aquesta teoria, que considerava que aquest planeta havia estat en altre temps en estat incandescent, era, en opinió de Giró, innecessària ja que l'aplanament dels pols podia ser explicat pel paper de les forces centrípetes que engendra la Terra durant la seva rotació. Aquestes forces eren les encarregades d'acumular les aigües dels pols a l'equador i les responsables que la Terra adopti la forma esferoïdal irremissiblement.

Finalment, Giró s'ocupa d'aplicar les matemàtiques per explicar les raons per les quals les aigües del mar són salades. I, com en els casos anteriors, recrimina que els científics s'entretinguin a buscar les causes de vegades falses per explicar-ho.

Giró centra la seva argumentació a provar que la Mediterrània és un mar més salat que no pas l'Atlàntic. Ho és, diu, perquè evapora més aigua de la que entra pels seus rius. Per això calcula els metres cúbics per segon que s'evaporen i dedueix quin hauria de ser el cabal dels pocs rius que hi desemboquen.

1. La llegua com a unitat itinerant tenia diferents mesures segons el lloc on s'utilitzava. La més corrent era la llegua comú (5.572 m). També hi havia la llegua marina (5.555 m) i la llegua valenciana (6.037 m); a Girona en deien *hora de camí* i era la més curta de totes (3.761 m) (Rodríguez Aragón, 1949, p. 106).

2. La versió que es conserva és una còpia manuscrita. Això avalaria la hipòtesi que els errors en aquest paràgraf potser són deguts a raons externes al mateix Giró. Afavoreix aquest argument l'existència d'altres errors com ara que, quan a la memòria s'esmenta una illa d'un quilòmetre d'altura, hi posa «kilogramo de altura». Els càlculs de les dimensions de l'illa en el primer exemple haurien de ser els següents: si considerem que una llegua són 5.572 m, aleshores una llegua quadrada seran 31.047.184 m^2. Aleshores l'alçada de l'illa seria $440 \cdot 10^6 / 31.047.184 = 14{,}17$ m.

> La evaporación en el Mediterráneo es abundante no tan solo por su grande extensión, sino que también por atravesarle los vientos calientes y sumamente secos que antes han recorrido los extensos y ardientes arenales de África. Suponiendo la superficie de este mar de 80000 leguas cuadradas de 5000 metros lineales de cada una, o sea un total de dos billones de metros y de dos milímetros solamente por día la evaporación media valdría por este concepto una masa de agua de cuatro mil millones de metros cúbicos por día, o sea más de cuarenta y seis mil por segundo. Tal pérdida no puede ser reparada por los pocos ríos que en él desaguan; pues para esto seria necesario que reunidos sus caudales fuesen capaces de formar una corriente de un metro por segundo en un cauce de dos de profundidad y de más de cuatro leguas de ancho.

El càlcul de Giró consistia a determinar primer la superfície de la Mediterrània:

$$80.000 \text{ llegües quadrades } 3 \cdot 5.000^2 \text{ m}^2/\text{llegua quadrada} = 2 \cdot 10^{12} \text{ m}^2.$$

Després, el volum d'aigua evaporada $0{,}002 \text{ m}^3 \cdot 2 \cdot 10^{12} = 4 \cdot 10^9 \text{ m}^3/$ dia, el qual passat a segons seria:

$$4 \cdot 10^9 \text{ m}^3/\text{dia } 4 \text{ } (24 \text{ h/dia} \cdot 3.600 \text{ s/h}) = 46.296 \text{ m}^3/\text{s d'evaporació.}$$

Això vol dir que caldria un cabal d'1 m/s en una llera de 20.000 m d'ample (4 llegües) per 2 m de profunditat.

El càlcul aplicat a totes les qüestions pot servir perquè pugui ser analitzat com un fet corrent allò que semblava que tenia una causa extraordinària. No hi ha en aquesta memòria exemples concrets d'aplicació a les ciències socials, sols referències com les ja esmentades de la frenologia, però aplica les matemàtiques a problemes de geologia que eren resolts pels científics amb teories especials i on no es feien servir gaire els càlculs.

Les matemàtiques vistes pel docent

Un tret característic de les memòries comentades fins aquí, i també la que veurem a continuació, és que havien estat elaborades per mestres. Ara bé, la que queda per veure, potser per la temàtica que tracta, proporciona a més la visió del mestre sobre la utilitat de les matemàtiques des d'un punt de vista formatiu, com a eina de construcció de l'estructura lògica de l'individu. L'autor va ser Llorenç Trauque, conegut per diversos treballs sobre didàctica de la física, llengua catalana, geografia i història, gramàtica castellana, música i aritmètica. El 1864, Trauque va llegir un treball de torn a l'Acadèmia titulat: *Algunos apuntes sobre la importancia y noble fin de las matemáticas, rechazando ciertas proposiciones sofísticas de Chateaubriand* (Trauque, 1864).

Llorenç Trauque i Cassi (Barcelona, 1816-1880) va estudiar per a professor d'instrucció primària i superior a les escoles normals de Girona i Barcelona. Va exercir la docència a Banyoles, primer, a San Feliu de Guíxols, després, i finalment va guanyar per concurs la plaça de mestre director de la Casa Provincial de Caritat de Barcelona. El 1862 va ser nomenat acadèmic de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona, acte en el qual va llegir la memòria d'entrada *Topografia militar*. En aquesta institució va ser destinat a la Secció de Ciències Físico-matemàtiques, de la qual fou director el 1875, va ser escollit comptador l'any següent i encarregat del gabinet de la mateixa Secció el 1879 (*Nómina*, 1913-1914: 60-62) (Elias, 1889: 696-697).

La memòria llegida per Llorenç Trauque el 16 de gener de 1864 a l'Acadèmia era la resposta a les crítiques que sobre les ciències en general i sobre les matemàtiques en particular havia fet Chateaubriand a la seva obra *Le Génie du Christianisme* publicada el 1802, reeditada en diverses ocasions i de la qual s'havia fet recentment una traducció al castellà. Aquest prolífic autor francès dedicava el capítol segon del llibre primer d'aquesta obra a criticar la ciència bàsicament perquè conduïa a l'ateisme[3] i les matemàtiques, perquè eren la prova de la incapacitat d'alguns homes febles d'arribar per ells mateixos als resultats, ja que les feien servir com a suport a la seva debilitat.[4] Per això, en aquest llibre, es desaconsella l'ensenyament de les matemàtiques als nens perquè poden apagar les idees i la imaginació natural que aquests tenen. L'aprenentatge de les operacions bàsiques pot fer-los oblidar la memòria i el seu pensament propi i, en conseqüència, deixar d'utilitzar les seves pròpies forces i acabar per no voler més que els principis rigorosos i les veritats absolutes de les matemàtiques que tants trastorns —diu— han fet a la societat.[5] Chateaubriand també es mostra contrari a l'opinió que les matemàtiques ajuden el nen a classificar les idees, ja que per això cal que abans les tingui. Voler arreglar l'enteniment d'un nen és com voler ordenar una cambra buida.

La resposta de Llorenç Trauque, persona que havia dedicat tota la seva vida a l'educació dels infants, estava basada en anys d'experiència i per això podia afirmar que no coneixia cap jove a qui les matemàtiques li haguessin esgotat ni aplacat les idees, ans al contrari, li havien ensenyat a raonar amb rectitud i a distingir allò que és veritat d'allò que és fals. No es tractava d'ordenar ments sense idees, sinó que quan el nen rep aquesta formació ja té el cervell ple de principis de comparació. No és doncs una cambra buida, sinó que ja té consciència dels seus deures morals i religiosos. Per reforçar la seva argumentació recorre a exemples de matemàtics celebres com Galileu, Newton o Legendre:

> Las matemáticas lejos de agotar el manantial de las ideas de un joven, le conducen por el camino de la verdad, le enseñan a discurrir con rectitud, a distinguir lo verdadero de lo

3. «En effet, plusieurs personnes ont pensé que la science entre les mains de l'homme dessèche le coeur, désenchante la nature, mène les esprits faibles à l'athéisme, et de l'athéisme au crime» (Chateaubriand, 1846, p. 372).

4. «Les Mathématiques, d'ailleurs, loin de prouver l'étendue de l'esprit dans la plupart des hommes qui les emploient, doivent être considérées, au contraire, comme l'appui de leur faiblesse, comme le supplément de leur insuffisante capacité, comme une méthode d'abréviation propre à classer des résultats dans une tête incapable d'y arriver d'elle-même» (Chateaubriand, 1846, p. 374).

5. «Mais si, exclusivement à toute autre science, vous endoctrinez un enfant dans cette science qui donne peu d'idées, vous courez les risques de tarir la source des idées mêmes de cet enfant, de gâter le plus beau naturel, d'éteindre l'imagination la plus féconde, de rétrécir l'entendement le plus vaste. Vous remplissez cette jeune tête d'un fatras de nombres et de figures qui ne lui représentent rien du tout; vous l'accoutumez à se satisfaire d'une somme donnée, à ne marcher qu'a l'aide d'une théorie, à ne faire jamais usage de ses forces, à soulager sa mémoire et sa pensée par des opérations artificielles, à ne connaître, et finalement à n'aimer que ces principes rigoureux et ces vérités absolues qui bouleversent la société» (Chateaubriand, 1846, p. 375).

> falso, y no dejarse alucinar por falsos misterios; ellas sirven para rectificar en la juventud los errores del raciocinio; son, si cabe decirlo, la lógica de las ciencias, y como ella, presenta a la imaginación las ideas claras y positivas. Y no se me diga «que para clasificar las ideas, es necesario primeramente tenerlas; que pretender arreglar el entendimiento de un niño, es querer arreglar un cuarto vacío». Este argumento es especioso, pero sin fundamento, y sería su certeza un golpe mortal para la lógica que corre pareja con las matemáticas: cuando el niño estudia lógica, ya tiene ideas, ya discurre, ya compara, ya tiene *nociones claras de sus deberes morales y religiosos*; ya tiene su cerebro suficientemente lleno de objetos de comparación, y de principios ciertos; ya no es un cuarto vacío, en fin; y quien dice la lógica, dice las matemáticas; por consiguiente, no hay inconveniente en quererlo ordenar; en quererlo arreglar para que quepan cómodamente las ciencias tan necesarias a la vida, sin temor de falsear su buen natural, y encoger su entendimiento.

Chateaubriand afirmava que la natura no havia fet els matemàtics per ocupar els llocs més destacats i, per això, els havia condemnat a una trista obscuritat i a l'oblit. A més, a les matemàtiques, com a les ciències, el darrer és sempre el més instruït, de manera que un matemàtic del passat seria un ignorant al costat d'un estudiant actual.[6] A aquests atacs tan directes, Llorenç Trauque respon amb una altra màxima: pot ser que hagin desaparegut de la memòria els noms d'alguns matemàtics, però els beneficis de les seves descobertes han continuat fins a l'actualitat. Coincideix amb Chateaubriand en el fet que el darrer científic és sempre el millor preparat, però lluny de considerar això un defecte, hi veu una prova de la missió elevada que correspon a aquesta disciplina, on cada matemàtic fa una aportació que permet fer avançar aquesta ciència una mica més, de manera que té lloc un progrés continu que porta l'home a la perfecció.

> Esta verdad, en vez de ser un argumento contra las ciencias matemáticas; patentiza más y más su elevada misión, que es la perfectibilidad a que tiende la raza humana. Por una prerrogativa particular, no solamente cada hombre adelanta algo en las ciencias y artes, sino que todos los hombres juntos van adelantando de continuo progresivamente, pues, lo mismo sucede en la sucesión de los hombres que en las edades diferentes de un solo individuo; por consiguiente, todas las generaciones en el curso de tantos siglos, deben ser considerados como un solo hombre que siempre vive y aprende continuamente; por lo tanto, las matemáticas que trazan el camino a todas las ciencias, conducen el hombre a la perfectibilidad, y si fuese posible, llegando ellas a su apogeo, el género humano hubiera llegado también a los límites de la perfección.

Respecte a l'ateisme a què condueix la ciència, tema que havia inspirat aquestes pàgines de l'obra de Chateaubriand, la memòria llegida per Llorenç Trauque també hi discrepa. Contràriament a l'autor francès, per Trauque, les matemàtiques condueixen la humanitat cap al bé i són una prova de l'existència d'un Déu infinit i poderós. Per reforçar aquesta afirma-

6. «Tout pénible que cette vérité puisse être pour les mathématiciens, il faut cependant le dire: la nature ne les a pas faire pour occuper le primer rang. Hors quelques géomètres inventeurs, elle les a condamnés à une triste obscurité;» […] «Dans les sciences, celui qui vient le dernier est toujours le plus instruit: voilà pourquoi tel écolier de nos tours est plus avancé que Newton en mathématiques; voilà pourquoi tel qui passe pour savant aujourd'hui sera traité d'ignorant par la génération future» (Chateaubriand, 1846, p. 377-378).

ció, posa l'exemple de l'astronomia que, en contemplar l'Univers i deduir les lleis que el regeixen, permet confirmar el poder de Déu:

> Elevando el entendimiento a regiones superiores, y derribando preocupaciones vulgares, la astronomía favorece el desarrollo de la inteligencia humana, graba fuertemente en el corazón la convicción de la existencia de la sabiduría, y de la bondad del Ser Supremo. ¿Puede haber cosa capaz de realzar más la gloria del espíritu humano, que el ver a los átomos que habitan este globo infinitamente pequeño, y confundido entre mundos innumerables, contemplar el universo, comprender su mecanismo divino, y participar, por decirlo así, con estudios audaces, atrevidos, del trabajo maravilloso que solo un Dios todo poderoso podía establecer?

Reforça aquestes afirmacions amb exemples dels grans geòmetres, d'homes de ciència que han estat també profundament religiosos. És cert —diu Trauque— que les matemàtiques han trasbalsat la societat, però ha estat per donar-li benestar i allargar la vida dels éssers humans. Són una creació de la intel·ligència que, a partir d'unes petites veritats evidents, esdevé un instrument fonamental de la raó. Un instrument que s'aplica tant a les arts, les tècniques i les ciències com a les necessitats de cada dia.

Conclusió

Vaig trobar aquestes memòries a l'arxiu de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona el 1997 mentre preparava el capítol sobre l'activitat docent d'aquesta institució publicat a *La Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona als segles XVIII i XIX: Història, ciència i societat* (Nieto, Roca, 2000), però no les vaig emprar en aquella ocasió. Posteriorment, en estones perdudes, les vaig transcriure i estudiar pensant que en algun moment les donaria a conèixer. I ara, amb motiu d'aquesta II Jornada, les presento amb la sola pretensió que ens serveixin a tots de reflexió sobre la utilitat d'una disciplina a la qual molts estem directament o indirectament relacionats.

Una de les primeres coses que em va sobtar va ser que en tan poc temps (1863-1867) es presentessin a l'Acadèmia tres memòries sobre una temàtica tan semblant, i encara no tinc una resposta a aquesta pregunta, per bé que sí que he pogut detectar una preocupació per la utilitat de les matemàtiques en aquella època. Sense anar més lluny, el 1866, a la Real Academia de Ciencias Exactas y Naturales de Madrid, el prestigiós enginyer de camins, que més tard seria Premi Nobel, José Echegaray (1832-1916) va presentar una memòria en la qual deixava clar que hi havia una certa controvèrsia entre els que creien que el valor de les matemàtiques es trobava en les seves aplicacions i els que creien que tenien valor per si mateixes:

> Hay, señores, quien imagina, y personas ilustradas y respetables son por singular inconsecuencia de esta opinión, que la gran importancia, la verdadera utilidad, el cuestionable valor de las matemáticas puras, solo reside en la aplicación que de los principios abstractos de la ciencia pueden hacerse a la física, a la geodesia, a la mecánica, y principalmente a la industria; y que toda verdad científica, por elevada que sea, a la que no corresponda una utilidad práctica, y por decirlo así tangible, es vana gimnasia de la razón, fugaz relampague-

> ar de la fantasía, juego pueril que para nada sirve, descubrimiento estéril que, sin daño del bien común, pudo quedar algunos siglos más envuelto entre las sombras, de las que le arrancó por caprichoso entretenimiento algún desocupado geómetra. (Echegaray, 1866: 182)

No sabem a qui es refereix en concret Echegaray, però sí que podem afirmar que Josep Giró, Carles Ferrer i potser també Llorenç Trauque estaven entre els que atorgaven més valor a les aplicacions pràctiques que als desenvolupaments teòrics. Echegaray, en canvi, tot i ser enginyer, estava més a favor del cultiu de la ciència per la ciència sense haver de cercar cap valor utilitari, sinó més aviat per la virtut de trobar la veritat per la veritat. No obstant aquesta posició ideològica, Echegaray va cultivar altres camps de la física com l'electricitat, el magnetisme i, des del 1905, va ocupar la Càtedra de Física Matemàtica de la Universitat Central de Madrid.

El problema de la utilitat està, també, directament relacionat amb la didàctica i afecta de ple el col·lectiu de professors de matemàtiques que han de fer front a les preguntes dels alumnes sobre l'aplicació dels conceptes que estan aprenent. Els tres acadèmics autors de les memòries eren mestres, i entre les disciplines que impartien hi havia les matemàtiques. Tots tres devien sentir la necessitat de donar a conèixer alguns aspectes de les aplicacions d'aquesta disciplina, no sols per respondre les qüestions dels alumnes, sinó també per incorporar alguns d'aquests continguts a les seves classes per tal de fer més assequibles els conceptes que explicaven. Aquesta preocupació s'ha anat mantenint vigent fins als nostres dies. Com a exemple valgui el discurs inaugural del curs 1949-1950 pronunciat per Enric Freixa, aleshores catedràtic d'extensió de càlcul a l'Escola Especial d'Enginyers Industrials de Barcelona, on imputava la impopularitat de les matemàtiques a la seva abstracció. Però aquesta abstracció —deia— podia ser superada si s'explicaven indicant-ne també les aplicacions (Freixa, 1949: 3).

Els casos presentats en les memòries poden ser-nos útils com a font d'inspiració per elaborar problemes d'astronomia que facilitin la comprensió de la trigonometria, o problemes de geologia que ens ajudin a l'estudi de l'interès compost. Finalment, potser hi trobarem arguments per reafirmar-nos, un cop més, en la importància de les matemàtiques com a disciplina instrumental en el moment de la formació del raonament lògic de l'alumne sense que això n'anul·li la imaginació. Un cop més, la història de la ciència esdevé una font imprescindible d'inspiració per a l'elaboració de material didàctic i una font de coneixement per comprendre que els problemes que tenim actualment no són nous, sinó que en altres moments, de maneres més o menys similars, ja hi havien estat presents.

Bibliografia

CHATEAUBRIAND (1846). *Le Génie du Christianisme*. Vol. I. París: Librairie de Firmin Didot Frères.

DAVIS, Philip J. *Utilidad de las matemáticas* [en línia]. <http://www.argenmaticas.com.ar/articulos/utilidad.htm.> [Consulta: 16 juliol 2005]

ECHEGARAY, José (1866). «Historia de las matemáticas puras en nuestra España». A: SÁNCHEZ RON, J. M. [ed.] (1990). *José Echegaray.* Madrid: Biblioteca de la Ciencia Española. [Discurs d'entrada a la Real Academia de Ciencias Exactas Físicas y Naturales de Madrid]

ELIAS DE MOLINS, A. (1889). *Diccionario biográfico y bibliográfico de escritores y artistas catalanes del siglo XIX*. Barcelona: Imprenta Fidel Giró.

FERRER MITAYNA, Carles (1867). *Importancia de las ciencias fisicomatemáticas*. Memòria manuscrita. Arxiu de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona (RACAB).

FREIXA PEDRALS, Enric (1949). *La impopularidad de las matemáticas.* Barcelona: Escuela Especial de Ingenieros Industriales.

GIRÓ ROMA, Josep (1863). *De la importancia de la aplicación del cálculo matemático a toda clase de cuestiones que lo permitan*. Memòria manuscrita. Arxiu de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona (RACAB).

HARDY, G. H. (1981). *Autojustificación de un matemático*. Barcelona: Ariel.

MARAVALL CASESNOVES, Darío. *La utilidad de las matemáticas en el progreso material e intelectual del hombre* [en línia]. <http://racefyn.insde.es/Promoci%c3%B3n%20Cultura/confmat4.htm.> [Consulta: 16 juliol 2005]

NIETO-GALAN, A.; ROCA ROSELL, A. (2000). *La Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona als segles XVIII i XIX: Història, ciència i societat*. Barcelona: IEC: RACAB.

PUIG-PLA, Carles (2002). «Sobre el significat del concepte *matemàtiques*: matemàtiques pures i mixtes en els segles XVIII i XIX. A: BATLLÓ ORTIZ, J.; BERNAT LÓPEZ, P.; PUIG AGUILAR, R. [ed.]. *Actes de les VI Trobades d'Història de la Ciència i de la Tècnica*. Barcelona: SCHCT, p. 151-169.

RACAB. *Nómina del personal académico, 1913-1914*. Barcelona: Sobrinos de López Robert.

RACAB. *Nómina del personal académico, 1919-1920*. Barcelona: Sobrinos de López Robert.

RODRÍGUEZ ARAGÓN, Mario (1949). *Unidades: Diccionario técnico de pesas, medidas i monedas.* Madrid: Talleres del Instituto Geográfico y Catastral.

SAVÉRIEN, A. (1775). *Historia de los progresos del entendimiento humano en las ciencias exactas y en las artes que dependen de ella*. Madrid: Imprenta de D. Antonio de Sancha.

TRAUQUE, Lorenzo (1864). *Algunos apuntes sobre la importancia y noble fin de las matemáticas, rechazando ciertas proposiciones sofísticas de Chateaubriand*. Arxiu de la Reial Acadèmia de Ciències i Arts de Barcelona (RACAB).